

AH-130

April-2022

B.Sc., Sem.-VI

307 : Physics

(Mathematical Physics, Classical Mechanics and Quantum Mechanics)

Time : 2 Hours]

[Max. Marks : 50

- સૂચનાઓ : (1) વિભાગ-Iના બધા પ્રશ્નોના ગુણ સરખા છે.
 (2) વિભાગ-Iમાંથી ગમે તે ત્રણ પ્રશ્નોના જવાબ લખો.
 (3) વિભાગ-IIમાં પ્રથમ પ્રશ્ન ફરજિયાત છે.

વિભાગ – I

1. (A) સાબિત કરો કે $\frac{d}{dx}(x^n J_n(x)) = x^n J_{n-1}(x)$. 7
 (B) સાબિત કરો કે (i) $x p'_l(x) - l P_l(x) = p'_{l-1}(x)$. 7
 (ii) $x p'_{l-1}(x) + l P_{l-1}(x) = p'_l(x)$.
2. (A) સાબિત કરો કે (i) $N_{v-1}(x) + N_{v+1}(x) = \frac{2v}{x} N_v(x)$ 7
 (ii) $N_{v-1}(x) - N_{v+1}(x) = 2N'_v(x)$
 (B) લીજેન્ડ્ર બહુપદીઓ નીચેનો લંબછેદકીય સંબંધ સંતોષે છે, તેમ બતાવો :

$$\int_{-l}^{+l} p_m(x) p_n(x) dx = \frac{2}{2n+1} \delta_{mn}$$
 7
3. (A) જુઓડેસીસ સમજાવો. ગોલીય સપાટીની જુઓડેસીસ ગુરૂ વર્તુળો છે. તેમ દર્શાવો. 7
 (B) ગતિશીલ આધાર સાથે સરળ આવર્તક દોલકના તંત્ર માટેનો હેમિલ્ટોનીયત મેળવો. 7
4. (A) Calculus of variationની ટેકનીકના ઉપયોગથી ઓઈલરની ગતિનું સમીકરણ મેળવો. 7
 (B) વિદ્યુત-ચાંત્રિક સામ્યતાના આધારે શ્રેણી અને સમાન્તર L-C-R વિદ્યુત પરિપથ માટે લાગ્રાન્જિયન તારવો. 7
5. (A) ત્રિપારિમાણિક સ્થિતિમાન કૂપના અંદરના વિસ્તારમાં ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોઈંજર સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો. 7
 (B) ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોઈંજર સમીકરણનો ઉપયોગ કરીને વિસમદિક્ષર્મ દોલકના કોચડાનો ઉકેલ મેળવો. 7

6. (A) હાઈડ્રોજન આણુ માટે નીચેના વિકલ સમીકરણનો ઉપયોગ કરી

$$\rho \frac{d^2L}{d\rho^2} + (2l + 2 - \rho) \frac{dL}{d\rho} + (\lambda - l - 1) L = 0$$
સાબિત કરો કે $E_n = -\frac{\omega Z^2 e^4}{2\hbar^2 n^2}$ જ્યાં $n = 1, 2, 3 \dots$ 7
- (B) હાઈડ્રોજન પરમાણુ માટે ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોડિંજર સમીકરણ લખો. તેને પેરાબોલિક ચામમાં વિભાજીત કરો. 7
7. (A) હિલબર્ટ અવકાશ પર ટૂંકનોંધ લખો. 7
- (B) સાબિત કરો કે $\langle \psi_1 | \psi_2 \rangle \neq \langle \psi_2 | \psi_1 \rangle$ પરંતુ
 $\langle \psi_1 | \psi_2 \rangle = \langle \psi_2 | \psi_1 \rangle^*$ 7
8. (A) સમય વેગમાનની શ્રોડિંજર નિરૂપણની ચર્ચા કરો. 7
- (B) સાબિત કરો કે પ્રોજેક્શન કારકનો સરવાળો એક (1) હોય છે. 7

વિભાગ - II

9. ટૂંકમાં જવાબ આપો. (16માંથી કોઈપણ 8ના જવાબ) 8
- (1) બેસલે વિધેય માટે $J_{+3/2}(x)$ નું મૂલ્ય લખો.
- (2) ગોલીય ન્યૂમેન વિધેય લખો.
- (3) લીજેન્ડ્ર બહુપદી $P_0(x)$ નું મૂલ્ય લખો.
- (4) બેસેલ વિધેયનો ગુણોત્તર $\frac{J_{1/2}(x)}{J_{-1/2}(x)}$ શું છે ?
- (5) ઓઈલર પ્રમેયનું કથન આપો.
- (6) L-C-R શ્રેણી વિદ્યુત પરિપથ માટે લાગ્રાન્જિયન લખો.
- (7) ફેઝ અવકાશ એટલે શું ?
- (8) ગામા વિધેયને વ્યાખ્યાયિત કરો.
- (9) હાઈડ્રોજન પરમાણુની સ્થિતિ ઊર્જાનું સમીકરણ લખો.
- (10) ગોલીય સંમિતિમાં પોટેન્શીય ઊર્જા પર આધાર રાખે છે.
- (11) હાઈડ્રોજન પરમાણુનું ψ_{100} તરંગ વિધેયનું મૂલ્ય લખો.
- (12) સમઠિકધર્મી દોલકની શૂન્યક્રમની ઊર્જા લખો.
- (13) પ્રોજેક્શન કારકની વ્યાખ્યા આપો.
- (14) એકમ કારકની વ્યાખ્યા આપો.
- (15) $(AB)^+ = \underline{\hspace{2cm}}$?
- (16) $(A^+)^+ = \underline{\hspace{2cm}}$?

AH-130

April-2022

B.Sc., Sem.-VI**307 : Physics****(Mathematical Physics, Classical Mechanics and Quantum Mechanics)****Time : 2 Hours]****[Max. Marks : 50**

- Instructions :** (1) All questions in **Section – I** carry equal marks.
 (2) Attempt any **three** questions in **Section – I**.
 (3) Question No. **1** in **Section – II** is Compulsory.

SECTION – I

1. (A) Prove that $\frac{d}{dx}(x^n J_n(x)) = x^n J_{n-1}(x)$. 7
 (B) Prove that (i) $x p'_l(x) - l P_l(x) = p'_{l-1}(x)$. 7
 (ii) $x p'_{l-1}(x) + l P_{l-1}(x) = p'_l(x)$.
2. (A) Prove that (i) $N_{v-1}(x) + N_{v+1}(x) = \frac{2v}{x} N_v(x)$ 7
 (ii) $N_{v-1}(x) - N_{v+1}(x) = 2N'_v(x)$
 (B) Prove that Legendre polynomial satisfies the following orthogonality condition.

$$\int_{-l}^{+l} p_m(x) p_n(x) dx = \frac{2}{2n+1} \delta_{mn}$$
 7
3. (A) Explain Geodesis. Show that Geodesis of spherical surface are great circles. 7
 (B) Obtain Hamilton's system for simple pendulum with moving support. 7
4. (A) Obtain Euler's equation of motion using technique of calculus of variation. 7
 (B) Obtain Lagrangian for a series L-C-R and parallel L-C-R electric circuit on the basis of electro-mechanical analogies. 7
5. (A) Find the solution of Schrodinger radial equation inside of a three dimensional square well potential. 7
 (B) Using radial equation, solve the problem of anisotropic oscillator. 7

6. (A) Using the equation $\rho \frac{d^2L}{d\rho^2} + (2l + 2 - \rho) \frac{dL}{d\rho} + (\lambda - l - 1) L = 0$. Obtain energy Eigen values $E_n = -\frac{\omega Z^2 e^4}{2\hbar^2 n^2}$ where $n = 1, 2, 3 \dots$ for H-atom. 7
- (B) Write the radial Schrodinger equation for H atom. Separate this equation in Parabolic co-ordinate. 7
7. (A) Write a short note on Hilbert space. 7
- (B) Prove that $\langle \psi_1 | \psi_2 \rangle \neq \langle \psi_2 | \psi_1 \rangle$ but $\langle \psi_1 | \psi_2 \rangle = \langle \psi_2 | \psi_1 \rangle^*$ 7
8. (A) Explain Schrodinger representation for a liner momentum. 7
- (B) Prove that sum of projection operator is one (1). 7

SECTION – II

9. Answer in short (Any **8** out of **16**). 8
- (1) Write down value of $J_{+3/2}(x)$ for Bessel's function.
 - (2) Write spherical Neumann function.
 - (3) Write down value of $P_0(x)$ for Legendre polynomial.
 - (4) What is ratio of $\frac{J_{1/2}(x)}{J_{-1/2}(x)}$ for Bessel's function.
 - (5) State Euler theorem.
 - (6) Write down Lagrangian for L–C–R Series circuit.
 - (7) What is phase space ?
 - (8) Define Gama function.
 - (9) Write down potential energy equation for H-atom.
 - (10) In a spherically symmetric potential energy depends on _____.
 - (11) Write down the value of wave function of H-atom ψ_{100} .
 - (12) What is zero point energy of isotropic oscillator ?
 - (13) Define projection operator.
 - (14) Define unitary operator.
 - (15) $(AB)^+ = \underline{\hspace{2cm}}$?
 - (16) $(A^+)^+ = \underline{\hspace{2cm}}$?