

Seat No. : _____

AB-113

April-2016

B.Sc., Sem.-VI

CC-307 : Physics

(Mathematical Physics, Classical Mechanics & Quantum Mechanics)

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 70

સૂચના : (1) બધા પ્રશ્નોના ગુણ સમાન છે.

(2) સંજ્ઞાઓ તેમના પ્રચલિત અર્થમાં છે.

1. (A) (i) સાબિત કરો કે $J_{-\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x$. 7

(ii) સાબિત કરો કે $\frac{d}{dx}(x^n J_n(x)) = x^n J_{n+1}(x)$

અથવા

(i) સાબિત કરો કે $N_{v-1}(x) + N_{v+1}(x) = \frac{2vN_v(x)}{x}$

(ii) સાબિત કરો કે $N_{v-1}(x) - N_{v+1}(x) = 2N'_v(x)$

(B) લીજેન્ડ્ર બહુપદીઓ નીચેના લંબછેદકીય સંબંધ સંતોષે છે. તેમ બતાવો. 7

$$\int_{-1}^{+1} P_m(x) P_n(x) dx = \frac{2}{2n+1} \delta_{mn}$$

અથવા

(i) બેસલ વિધેયનો ઉપયોગ કરીને દર્શાવો કે

$$J_n(-x) = (-1)^n J_n(x) \text{ જ્યાં } n = \text{પૂર્ણાંક માટે}$$

(ii) દર્શાવો કે $xP'_n(x) - P'_{n-1}(x) = nP_n(x)$

2. (A) જીઓડેસીસ સમજાવો. ગોલીય સપાટીની જીઓડેસીસ ગુરૂવર્તૂળો છે. તેમ દર્શાવો. 7

અથવા

હેમીલ્ટોનનો સિદ્ધાંત શું છે ? એક સમતલમાં બે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર સીધી રેખા છે. તેમ બતાવો.

(B) ડ સંકેતનો ઉપયોગ કરીને ઓઈલર-લાંગ્રાન્જના ગતિના સમીકરણ મેળવો. 7

અથવા

ગતિશીલ આધાર સાથે સરળ આવર્તક દોલકના તંત્ર માટેનો હેમીલ્ટોનીયન મેળવો.

3. (A) સમદિક્ષ્ધર્મી દોલક એટલે શું ? ત્રિજ્યાવર્તી સમીકરણનો ઉપયોગ કરી સમદિક્ષ્ધર્મી દોલકના કોયડાનો ઉકેલ શોધો. 7

અથવા

અસમદિક્ષ્ધર્મી દોલક એટલે શું ? અસમદિક્ષ્ધર્મી દોલક માટે પ્રસામાન્ય કૃત ત્રિજ્યાવર્તી તરંગ વિધેય મેળવો.

- (B) સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં વિદ્યુતભારિત કણ માટેના શક્તિ વર્ણપટ અને આઈગન વિધેયોની ચર્ચા કરો. 7

અથવા

હાઈડ્રોજન પરમાણુ માટે ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોડિંજર સમીકરણ લખો, ઊર્જા આઈગન મૂલ્ય મેળવવા માટે ત્રિજ્યાવર્તી સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો.

4. (A) અવસ્થા વિધેયો માટે હિલબર્ટ અવકાશ પર ચર્ચા કરો. ડિરાક સંકેતનો ઉપયોગ કરીને સ્વસંલગ્ન સંકારકના આઈગન સદિશો માટે લંબચ્છેદી પ્રમેય સાબિત કરો. 7

અથવા

ગતિકીય ચલોનું શ્રેણિક સંકારકોના સ્વરૂપમાં નિરૂપણ સમજાવો અને દર્શાવો કે

$$(x)_A = [F]_A (\psi)_A.$$

- (B) પ્રોજેક્શન કારક સમજાવો. દર્શાવો કે પ્રોજેક્શન કારકોનો સરવાળો 1 હોય છે. $\hat{A} = \sum a P_a$ સંબંધ મેળવો. 7

અથવા

અવકાશ વ્યુત્ક્રમ પર ટૂંકનોંધ લખો.

5. ટૂંકમાં જવાબ આપો. 14

- (1) બેસલ વિધેય $J_n(x)$ લખો.
- (2) બેસલ વિધેયનું સર્જક વિધેય લખો.
- (3) લીજેન્ડ્ર બહુપદી $P_0(x)$ નું મૂલ્ય લખો.
- (4) બેસલ વિધેયનું $J_{\frac{1}{2}}(x)$ નું મૂલ્ય લખો.
- (5) ઓઈલર પ્રમેયનું વિધાન આપો.
- (6) વિજચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતાં વિદ્યુતભારીત કણનું હેમીલ્ટોનીયન લખો.
- (7) L-C-R સમાંતર પરિપથ માટે લાગ્રાન્જિયન લખો.
- (8) ફેઝ અવકાશ એટલે શું ?
- (9) હાઈડ્રોજન માટે સંપૂર્ણ તરંગ વિધેયનું મૂલ્ય $\Psi_{100} = \underline{\hspace{2cm}}$?
- (10) અસમદિક્ષ્ધર્મી દોલકની ધરા અવસ્થાની ઊર્જા નું મૂલ્ય લખો.
- (11) ત્રિ-પરિમાણ સ્થિતીમાન કૂપને વ્યાખ્યાયિત કરો.
- (12) $[\sum x, \sum y] = \underline{\hspace{2cm}}$?
- (13) $(A^+)^+ = \underline{\hspace{2cm}}$?
- (14) $\langle \psi / \phi \rangle^* = \underline{\hspace{2cm}}$?

AB-113

April-2016

B.Sc., Sem.-VI**CC-307 : Physics****(Mathematical Physics, Classical Mechanics & Quantum Mechanics)****Time : 3 Hours]****[Max. Marks : 70**

- Instructions :** (1) **All** questions carry equal marks.
 (2) Symbols used have their usual meaning.

1. (A) (i) Prove that $J_{-\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x.$ 7

(ii) Prove that $\frac{d}{dx} (x^n J_n(x)) = x^n J_{n+1}(x)$

OR

(i) Prove that $N_{\nu-1}(x) + N_{\nu+1}(x) = \frac{2\nu N_\nu(x)}{x}$

(ii) Prove that $N_{\nu-1}(x) - N_{\nu+1}(x) = 2N'_\nu(x)$

(B) Prove that Legendre Polynomial satisfies the following orthogonality condition 7

$$\int_{-l}^{+l} P_m(x) P_n(x) dx = \frac{2}{2n+1} \delta_{mn}$$

OR

(i) Using the Bessel's function show that

$$J_n(-x) = (-1)^n J_n(x) \text{ where } n \text{ is integer.}$$

(ii) Show that $xP'_n(x) - P'_{n-1}(x) = nP_n(x)$

2. (A) Explain Geodesis. Show that Geodesis of a spherical surface are great circles. 7

OR

What is Hamilton's principle ? Show that the shortest distance between two point in plane is a straight line.

(B) Using δ notation, obtain Euler-Lagrange's equation of motion. 7

OR

Obtain Hamilton's of system for a simple harmonic pendulum with moving support.

3. (A) What is isotropic oscillator ? Using radial equation, solve the problem of isotropic oscillator. 7
- OR**
- What is anisotropic oscillator ? Obtain normalized radial wave function for anisotropic oscillator.
- (B) Discuss the energy spectrum and eigen functions for a charged particle in a uniform magnetic field. 7
- OR**
- Write the radial Schrodinger equation for H-atom. Solve radial equation to obtain energy eigen values.
4. (A) Discuss the Hilbert space of state vector. Prove the orthogonality theorem for eigen vector of a self adjoint operator using Dirac notation. 7
- OR**
- Discuss the representation of a dynamical variables in matrix operator and show that $(x)_A = [F]_A(\psi)_A$.
- (B) Explain the projection operator. Show that the sum of all projection operator is 1. Obtain the relation. $\hat{A} = \sum a P_a$ 7
- OR**
- Write short note on Time Reversal.
5. Answer in short : 14
- (1) Write down Bessel's function $J_n(x)$.
 - (2) Write down the generating function of Bessel's functions.
 - (3) Write down value of $P_0(x)$ for Legendre polynomial.
 - (4) Write down value of $J_{\frac{1}{2}}(x)$ for Bessel's function.
 - (5) State Euler Theorem.
 - (6) Write down Hamiltonian for a charge particle moving in an electromagnetic field.
 - (7) Write down Lagrangian for L-C-R parallel circuit.
 - (8) What is phase space ?
 - (9) Write down complete wave function of H atom $\Psi_{100} = \underline{\hspace{2cm}}$?
 - (10) Ground state energy of anisotropic oscillator is $\underline{\hspace{2cm}}$.
 - (11) Define square well potential three dimension
 - (12) $[\sum x, \sum y] = \underline{\hspace{2cm}}$?
 - (13) $(A^+)^+ = \underline{\hspace{2cm}}$?
 - (14) $\langle \psi / \phi \rangle^* = \underline{\hspace{2cm}}$?
-