Seat No. : _______________

NB-101

December-2015

B.Sc., Sem.-V

Core Course-301 : Physics

Time : 3 Hours] **[Max. Marks : 70**

1. (a) સમય પર આધારિત શ્રોડિન્જર સમીકરણ
$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r})\psi(\vec{r}, t)$ આપેલ છે. આ સમીકરણને અવકાશીય અને સમય યામોમાં છુટુ પાડો. **8**

અથવા

(a) હેલ્મહોલ્ટઝ સમીકરણ $[\nabla^2 + k^2]u(\vec{r}) = 0$, ને પેરાબોલીક (પરવલય) યામ પદ્ધતિમાં છુટુ પાડો.

(b) લાપ્લાસ સમીકરણ $\nabla^2 u(\vec{r}) = 0$, ને નળાકારીય યામ પદ્ધતિમાં છુટુ પાડો. **6**

અથવા

(b) આપેલ સમીકરણ $[\nabla^2 + k^2]u(\vec{r}) + zu(\vec{r}) = 0$, ને કાર્ટેઝીય યામ પદ્ધતિમાં છુટુ પાડો.

2. (a) આપેલ સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો.
$\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + 2my = 0$, જ્યાં m = પૂર્ણાંક. **8**

અથવા

(a) ફ્રોબેનીયસ શ્રેણી પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરીને આપેલ સમીકરણ
$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2 - m^2)y = 0$, ના એકબીજાથી સ્વતંત્ર બે ઉકેલ મેળવો.

(b) આપેલ વિકલ સમીકરણ, **6**
$x \frac{d^2y}{dx^2} + (1 - x) \frac{dy}{dx} + ny = 0$, (જ્યાં n પૂર્ણાંક છે) માટે પરિમિત (finite) સીન્ગ્યુલર પોઈન્ટ મેળવો તથા સિન્ગ્યુલારીટીનો પ્રકાર નક્કી કરો.

અથવા

(b) આપેલ સમીકરણ $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + x^2 y = 0$, નો એક ઉકેલ $J_0(x)$ છે. રોન્સ્કીઅન (Wronskian) ની પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરીને તેનો બીજો સ્વતંત્ર ઉકેલ મેળવો.

3. (a) સમજાવો :
(1) હોલોનોમીક અને નોન-હોલોનોમીક કંસ્ટ્રેઈન્ટ
(2) સ્કલેરોનોમસ અને રીહોનોમસ કંસ્ટ્રેઈન્ટ. **8**

અથવા

(a) ગોલીય (spherical) લોલક એટલે શું ? ગોલીય લોલક માટે ગતિનું સમીકરણ અને કુલ ઊર્જા માટેનું સમીકરણ મેળવો.

(b) જડત્વની ચાકમાત્રાનો ટેન્શર (tensor) સમજાવો. **6**

અથવા

(b) દૃઢ પદાર્થની ગતિ ઊર્જા માટેનું સમીકરણ મેળવો.

4. (a) એક પારિમાણીક સરળ આવર્ત દોલક માટે આઈગન મૂલ્ય સમીકરણ લખો. આ સમીકરણનો ઉકેલ મેળવીને તેના આઈગન વિધેયો અને આઈગન મૂલ્યો મેળવો. **8**

અથવા

(a) જો $u_m(\rho)$ અને $u_n(\rho)$ સરળ આવર્ત દોલકના નોર્માલાઈઝ્ડ આઈગન વિધેયો હોય, તો સાબિત કરો કે $(u_m(\rho), u_n(\rho)) = \delta_{mn}$.

(b) પેરીટી કારક વિશે ટૂંકનોંધ લખો. **6**

અથવા

(b) a અને a^+ ને શા માટે લેડર ઓપરેટર્સ (સીડી કારકો) કહે છે, તે સમજાવો.

5. ટૂંકમાં જવાબ આપો : **14**

(1) વાયુ ઘનતા $\rho(\vec{r}, t)$ વાળા વાયુ માટે ડિફ્યુઝનનું સમીકરણ લખો.

(2) જે બિંદુ પાસે વિદ્યુતભાર ઘનતા $\rho(\vec{r})$ હોય તે બિંદુ પાસેના વિદ્યુત સ્થિતિમાન માટે પોઈશનનું સમીકરણ લખો.

(3) x દિશામાં 'c' વેગથી પ્રસરણ કરતા તરંગ માટે તરંગ સમીકરણ લખો.

(4) $y_1 = e^x$ અને $y_2 = e^{-x}$નાં રોન્સ્કીઅનનું મૂલ્ય $W[y_1, y_2] =$ ______.

(5) દ્વિતીય ક્રમના રેખીય વિકલ સમીકરણ માટે ઈન્ડીસીઅલ સમીકરણના બે મૂલ્યો α_1 અને α_2 વચ્ચેનો તફાવત પૂર્ણાંક સંખ્યા હોય, તો વિકલ સમીકરણના બે સ્વતંત્ર ઉકેલો આ પ્રકારના હોય, $y_1(x) =$ ________, અને $y_2(x) =$ ________.

(6) દ્વિતીય ક્રમના રેખીય વિકલ સમીકરણ માટે સિન્ગ્યુલર પોઈન્ટની વ્યાખ્યા આપો.

(7) $x = 0$ એ વિકલ સમીકરણ $y'' + 2xy' + 2y = 0$ માટેનું _______ પોઈન્ટ છે.

(8) દૃઢ પદાર્થની ગતિ માટે યુલર (Euler) ના પ્રમેયનું વિધાન લખો.

(9) આભાસી (virtual) સ્થળાંતર એટલે શું ?

(10) આભાસી (virtual) કાર્યનો સિદ્ધાંત લખો.

(11) ત્રિજ્યાવર્તી સ્થિતિમાનમાં ગતિ કરતા કણ માટે તરંગ સમીકરણ (radial wave equation) લખો.

(12) ગોલીય યામ પદ્ધતિમાં L^2 નો કારક દર્શાવો.

(13) આવર્ત દોલકની સ્થિતસ્થિતિઓ $u_n(\rho)$ ના રૂપમાં લેડર(સીડી) કારક a નું આઈગન વિધેય $\phi_\mu =$ ________.

(14) $Y_{20} = \left(\frac{5}{16\pi}\right)^{\frac{1}{2}} (3\cos^2\theta - 1)$ની ગોલીય રેખાકૃતી (આકૃતિ) દોરો.

Seat No. : _______________

NB-101

December-2015

B.Sc., Sem.-V

Core Course-301 : Physics

Time : 3 Hours] **[Max. Marks : 70**

1. (a) The time dependent Schrödinger equation is given by **8**

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r})\psi(\vec{r}, t)$$

Separate it into space and time parts.

OR

(a) Separate the Helmholtz equation $[\nabla^2 + k^2]u(\vec{r}) = 0$ into parabolic coordinates.

(b) Separate the Laplace equation $\nabla^2 u(\vec{r}) = 0$ in to cylindrical coordinates. **6**

OR

(b) Separate the equation $[\nabla^2 + k^2]u(\vec{r}) + zu(\vec{r}) = 0$ into cartesian coordinates.

2. (a) Solve the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + 2my = 0$, where m = integer. **8**

OR

(a) Solve the differential equation $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2 - m^2)y = 0$, to get two linearly independent solutions using the Frobenius series method.

(b) Find the finite singular point of the differential equation, **6**

$x \frac{d^2y}{dx^2} + (1 - x) \frac{dy}{dx} + ny = 0$, (where n is integer) and determine the nature of singularity.

OR

(b) One solution of the differential equation $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + x^2y = 0$ is $J_0(x)$. Obtain the second independent solution using method of Wronskian.

3. (a) Explain :

(1) Holonomic and Non-Holonomic constraints,and

(2) Scleronomous and Rheonomous constraints **8**

OR

(a) What is spherical pendulum ? Obtain the equation of motion and total energy for a spherical pendulum.

(b) Explain the moment of inertia tensor. **6**

OR

(b) Obtain an expression for the kinetic energy of a rigid body.

4. (a) Write the eigen value equation for one dimensional simple harmonic oscillator. Hence solve it to obtain its eigen functions and eigen values. **8**

OR

(a) If $u_m(\rho)$ and $u_n(\rho)$ are normalized eigen states of simple harmonic oscillator, then prove that $(u_m(\rho), u_n(\rho)) = \delta_{mn}$.

(b) Write note on parity operator. **6**

OR

(b) Explain, why a and a^+ are called ladder operators.

5. Answer in short : **14**

(1) Write the diffusion equation for a gas having gas density $\rho(\vec{r}, t)$.

(2) Write Poisson equation satisfied by the electrostatic potential at a point where the electric charge density is $\rho(\vec{r})$.

(3) Write the wave equation for a wave proceeding along x-direction with velocity 'c'.

(4) The value of Wronskian of $y_1 = e^x$, and $y_2 = e^{-x}$, is $W[y_1, y_2]$ = ______.

(5) If the two roots α_1 and α_2 of indicial equation differ by an integer, then the second order linear differential equation has two linearly independent solutions of the form $y_1(x)$ = ________, and $y_2(x)$ = ________.

(6) Define singular point of second order linear differential equation.

(7) $x = 0$ is the _______ point of the differential equation $y'' + 2xy' + 2y = 0$.

(8) Write the statement of Euler's theorem for the motion of a rigid body.

(9) What do you mean by virtual displacement ?

(10) State the principle of virtual work.

(11) Write the radial wave equation for a particle moving in central potential.

(12) Write the operator for L^2 in spherical polar coordinates.

(13) The eigen-state ϕ_μ of ladder operator a, in terms of stationary states $u_n(\rho)$ of harmonic oscillator is _________.

(14) Draw the polar diagram of $Y_{20} = \left(\frac{5}{16\pi}\right)^{\frac{1}{2}} (3\cos^2\theta - 1)$.

____