Seat No. : _______________

AC-112

April-2015

B.Sc., Sem. VI

CC-307 : Physics

(Mathematical Physics, Classical Mechanics & Quantum Mechanics)

Time : 3 Hours] **[Max. Marks : 70**

સૂચના : (1) બધા પ્રશ્નોના જવાબ આપો.
(2) **બધા** જ પ્રશ્નોના ગુણ સમાન છે.
(3) સંજ્ઞાઓ તેમના પ્રચલિત અર્થમાં છે.

1. (a) સાબિત કરો કે $\cos(x) = J_0(x) + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n J_{2n}(x)$. **7**

અથવા

સાબિત કરો કે $J_{n+3}(x) + J_{n+5}(x) = \frac{(2n+8)}{x} J_{n+4}(x)$.

(b) (i) સાબિત કરો કે $J_n(x) = (-1)^n x^n \left(\frac{1}{x}\frac{d}{dx}\right)^n \left(\frac{\sin x}{x}\right)$. **7**

(ii) સાબિત કરો કે $J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$

અથવા

(i) લીજેન્દ્ર બહુપદીઓ નીચેના લંબ છેદકીય સંબંધ સંતોષે છે. તેમ બતાવો.

$$\int_{-l}^{+l} P_m(x)\, P_n(x)\, dx = \frac{2}{2n+1}\, \delta\, mn.$$

(ii) ગામા વિધેય $\gamma(-5/2)$ ની ગણતરી કરો.

2. (a) હેમિલ્ટોનીયન સિદ્ધાંત ન્યૂટનની ગતિના નિયમની મદદથી તારવો. **7**

અથવા

હેમિલ્ટોનીયન સંરૂપણ અને લાગાન્જિયન સંરૂપણ વચ્ચેનો ભેદ સ્પષ્ટ કરો.

(b) δ સંકેતનો ઉપયોગ કરીને ઓઈલર લાંગાન્જના ગતિના સમીકરણ મેળવો. તેના ભૌતિક અગત્યતા ચર્ચો. **7**

અથવા

વિજચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતાં વિદ્યુતભારિત કણ માટે હેમિલ્ટોનીયન મેળવો.

3. (a) ત્રિપારિમાણિવક સ્થિતિમાન કૂપના અંતર્ગત ભાગમાં શ્રોડીંજર સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો. **7**

અથવા

હાઈડ્રોજન પરમાણુ માટે ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોડીંજર સમીકરણ લખો તેને પેરાબોલિક યામોમાં વિભાજીત કરો.

(b) $\rho \frac{d^2L}{d\rho^2} + [2l + 2 - \rho] \frac{\partial L}{\partial \rho} + [\tau - l - 1] L(\rho) = 0$ **7**

વિકલ સમીકરણથી શરૂ કરી હાઈડ્રોજન પરમાણુ માટે નોર્મલાઈઝડ ત્રિજ્યાવર્તી તરંગ વિધેય મેળવો.

$$\text{સૂચના} \int_0^\infty e^{-\rho} \rho^{p+1} \left[L_q^p(\rho)\right]^2 d\rho = \frac{(2q - p + 1)\,(q\,!)^3}{(q - p)\,!}$$

અથવા

અસમદ્દિકધર્મી દોલક માટે ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોડીંજર સમીકરણ લખો. આ સમીકરણનો ઉપયોગ કરી અસમદ્દિકધર્મી દોલક માટે ઊર્જા આઈગન મૂલ્ય E_n મેળવો.

4. (a) ટૂંકમાં સમજાવો : **7**

(i) હિલબર્ટ અવકાશ

(ii) હર્મીશીયન કારક

(iii) એકમ કારક

અથવા

પ્રોજેક્શન કારકને વ્યાખ્યાતિ કરો દર્શાવો કે પ્રોજેક્શન કારકોનો સરવાળો 1 હોય છે.

$\hat{A} = \sum a \ \hat{P}a$ સંબંધ મેળવો.

(b) સાબિત કરો કે $\langle x \backslash \hat{P} \backslash \phi \rangle = -\frac{h}{2\pi i} \frac{\partial \phi(x)}{\partial x}$. **7**

અથવા

અવકાશ વ્યુત્ક્રમ (Space inversion) સવિસ્તાર સમજાવો.

5. ટૂંકમાં જવાબ આપો : **14**

(1) બેસલ વિકલ સમીકરણ લખો.

(2) હર્માઈટ બહુપદી $H_0(\rho)$ અને $H_1(\rho)$ ના મૂલ્યો લખો.

(3) ગામા વિધેયની વ્યાખ્યા આપો.

(4) લીજેન્દ્ર બહુપદી $P_3(x)$ નું મૂલ્ય લખો.

(5) જીઓડેસીક્સ શું છે ?

(6) L-C-R ગૌણ પરિમય માટે લાગાન્જીયન લખો.

(7) ઓઈલર પ્રમેયનું વિધાન આપો.

(8) સાદા લોલક માટે લાગ્રાન્જીયન લખો.

(9) બોહર ત્રિજ્યાનું સૂત્ર લખો.

(10) સમદિકધર્મા દોલક માટે n = 0 માટે ઊર્જા આઈગન મૂલ્ય લખો.

(11) ϕ અને L_2 વચ્ચેનું કોમ્યુટ શરત લખો.

(12) $[\Sigma_x, \Sigma_y]$ = ______.

(13) હાઈડ્રોજન પરમાણુનું ત્રિજ્યાવર્તી તરંગ વિધેય સૂત્ર લખો.

(14) પેરિટીની વ્યાખ્યા આપો.

Seat No. : _______________

AC-112

April-2015

B.Sc., Sem. VI

CC-307 : Physics
(Mathematical Physics. Classical Mechanics & Quantum Mechanics)

Time : 3 Hours] **[Max. Marks : 70**

Instructions : (1) Attempt **all** the questions.
(2) **All** questions carry equal marks.
(3) Symbols used have their usual meaning.

1. (a) Prove that $\cos(x) = J_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(x)$. **7**

OR

Prove that $J_{n+3}(x) + J_{n+5}(x) = \frac{(2n+8)}{x} J_{n+4}(x)$.

(b) (i) Prove that $J_n(x) = (-1)^n x^n \left(\frac{1}{x}\frac{d}{dx}\right)^n \left(\frac{\sin x}{x}\right)$. **7**

(ii) Prove that $J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$

OR

(i) Prove that Legendre polynomial satisfies the following orthogonality relation.

$$\int_{-l}^{+l} P_m(x) P_n(x) \, dx = \frac{2}{2n+1} \delta mn.$$

(ii) To calculate Gama function $\gamma(-5/2)$.

2. (a) Obtain Hamiltonian principle from Newton's equation of motion. **7**

OR

Distinguish between Hamiltonian formulation and Lagrangian formulation.

(b) Derive Euler Lagrange's equation of motion using δ notation. Discuss it's physical significance. **7**

OR

Obtain the Hamiltonian for a change partial moving in an electromagnetic field.

3. (a) Find the Solution of Schrodinger equation in the interior region of a three dimensional square well potential. **7**

OR

Write the radial schrodinger equation for Hydrogen atom. Separate this equation in Parabolic co-ordinate.

(b) Starting with differential equation **7**

$$\rho \frac{d^2L}{d\rho^2} + [2l + 2 - \rho] \frac{\partial L}{\partial \rho} + [\tau - l - 1] L(\rho) = 0$$

Obtain the normalized radial wave function for Hydrogen atom.

$$\text{Hint : } \int_0^\infty e^{-\rho} . \rho^{p+1} \left[L_q^p (\rho) \right]^2 d\rho = \frac{(2q - p + 1)\,(q\,!)^3}{(q - p)\,!}$$

OR

In case of anisotropic oscillator establish eigen value equation for energy and show that how it lead to energy eigen value E_n.

4. (a) Explain in brief : **7**

(i) Hibert space

(ii) Hermition operator

(iii) Unitary operator

OR

Define projection operator. Show that the sum of all the projection operator is 1. Obtain the relation $\hat{A} = \sum a \ \hat{P}a$.

(b) Prove that $\langle \, x \setminus \hat{P} \setminus \phi \, \rangle = -\frac{h}{2\pi i} \frac{\partial \phi(x)}{\partial x}$. **7**

OR

Discuss in detail about Space inversion.

5. Answer in short : **14**

(1) Write down Bessel's differential equation.

(2) Write down values of $H_0(\rho)$ and $H_1(\rho)$ for Hermite polynomial.

(3) Define Gama function.

(4) Write down value of $P_3(x)$ for Legendre polynomial.

(5) What is geodesic ?

(6) Write down Lagrangian for L-C-R series circuit.

(7) State Eulers theorem.

(8) Write down Lagrangian for simple pendulum.

(9) Write down equation for Bohr radius.

(10) Write down energy eigen value for n = 0 isotropic oscillator.

(11) Write commute condition between ϕ and L_2.

(12) $[\Sigma_x, \Sigma_y] =$ _____.

(13) Write down the radial wave function for H atom.

(14) Give the definition of Parity.