Seat No. : ______________

DC-112

December-2025
B.Sc., Sem.-I
CC-101 : Mathematics
(Calculus – I)

Time : 2:30 Hours] **[Max. Marks : 70**

સૂચનાઓ : (1) આ પ્રશ્નપત્રમાં કુલ પાંચ પ્રશ્નો છે.
(2) પાંચમો પ્રશ્ન હેતુલક્ષી છે.
(3) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.
(4) સંકેતો પ્રચલિત છે અને પ્રત્યેક પ્રશ્નના ગુણ **14** છે.
(5) જમણી બાજુ આવેલ આંકડા પ્રશ્નોના ગુણ સૂચવે છે.

1. (A) જો $y = e^{ax}\cos(bx + c)$; હોય, તો સાબિત કરો કે
$y_n = r^n e^{ax}\cos(bx + c + n\phi)$
જ્યાં $a = r\cos\phi$, $b = r\sin\phi$ $a \neq 0$, $b \neq 0$, c અચળ છે. 7

1. (B) $\sqrt{x}$ નું $(x - 4)$ ના ચઢતા ઘાતમાં વિસ્તરણ મેળવો. 7

અથવા

1. (A) લાયબ્નીઝનું પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. 7

1. (B) જો $y^{\frac{1}{m}} + y^{-\frac{1}{m}} = 2x$, $m \neq 0$, $x > 1$, હોય તો સાબિત કરો કે 7
$(x^2 - 1)y_{n+2} + (2n + 1)xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0$

2. (A) કોશીનું મધ્યકમાન પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. 7

2. (B) જો $x > 0$ હોય, તો સાબિત કરો કે 7
$$x > \log(1 + x) > \frac{x}{1 + x}$$

અથવા

2. (A) લાગ્રાન્જનું મધ્યકમાન પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. 7

2. (B) કિંમત શોધો : 7
(i) $\lim_{x \to 1}\left[\frac{1}{\log x} - \frac{1}{x - 1}\right]$
(ii) $\lim_{x \to 0}\frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

3. (A) જો વિધેય $\phi(x)$ એ a બિંદુ આગળ સતત હોય અને $\lim_{(x, y) \to (a, b)} f(x, y) = l \in R$ હોય, તો સાબિત કરો કે $\lim_{x \to a} f(x, \phi(x))$ અસ્તિત્વ ધરાવે અને તે l ની બરાબર છે. **7**

3. (B) સાબિત કરો કે : **7**

(i) $\text{Curl}(\text{grad}\ \phi) = 0$

(ii) $\text{div}(\text{grad}\ \phi) = \nabla^2\phi$

અથવા

3. (A) દ્વિચલ વિધેય માટે લક્ષની વ્યાખ્યા આપો. આનો ઉપયોગ કરી **7**

$\lim_{(x, y) \to (1, 1)} \frac{x^2 + y^2}{xy}$ ની કિંમત શોધો.

3. (B) વિધેય $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x + y}$, $x + y \neq 0$ માટે f_x અને f_y શોધો. **7**

4. (A) બર્નોલી વિકલ સમીકરણ લખો અને સાબિત કરો. **7**

4. (B) ઉકેલો : **7**

(i) $e^x\,dx + (xe^x + 4y^3)dy = 0$

(ii) $p^2 + 4y + x^3 = 0$

અથવા

4. (A) લાગ્રાન્જ વિકલ સમીકરણ લખો અને સાબિત કરો. **7**

4. (B) ઉકેલો : **7**

(i) $y^3p^3 - 2xp + y = 0$

(ii) $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = \log x$

5. નીચેના પ્રશ્નોના ટૂંકમાં જવાબ આપો : (ગમે તે સાત) **14**

(1) જો $y = e^{2x}$ હોય, તો nમું વિકલિત શોધો.

(2) સતત વિધેયની વ્યાખ્યા આપો.

(3) $y = xp + p^3 + \log p + \cos p$ ઉકેલો.

(4) વિકલ સમીકરણ $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^5 = 3x$ની કક્ષા અને પરિમાણ લખો.

(5) ટેલરનું પ્રમેય લખો.

(6) રોલનું મધ્યકમાન પ્રમેય લખો.

(7) કિંમત શોધો : $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$.

(8) $\sin x$ નું x–ના ઘાતમાં વિસ્તરણ લખો.

(9) જો $y = (3x + 2)^4$ હોય, તો $y_4^{(1)}$ શોધો.

(10) વિધેય $f(x) = |x|, x \in [-1, 1]$ માટે રોલનું મધ્યકમાન પ્રમેય યોજી શકાય ? કેમ ?

(11) લા' પિત્તલનો બીજો નિયમ લખો.

(12) $\nabla(\bar{a} \cdot \bar{r})$ શોધો, જ્યાં $\bar{a} = a_1i + a_2j + a_3k$ અને $\bar{r} = xi + yj + zk$.

Seat No. : _______________

DC-112

December-2025

B.Sc., Sem.-I

CC-101 : Mathematics

(Calculus – I)

Time : 2:30 Hours] **[Max. Marks : 70**

Instructions : (1) There are **five** questions in this question paper.

(2) **Fifth** question is short answer type.

(3) **All** questions are compulsory.

(4) Symbols are used and each question carries **14** marks.

(5) The right side figures indicate marks of questions.

1. (A) If $y = e^{ax}\cos(bx + c)$; $a \neq 0$, $b \neq 0$, c is constant, then prove that
$y_n = r^n e^{ax}\cos(bx + c + n\phi)$
where $a = r\cos\phi$, $b = r\sin\phi$. 7

1. (B) Expand $\sqrt{x}$ in the increasing power of $(x - 4)$. 7

OR

1. (A) State and prove Leibnitz's theorem. 7

1. (B) If $y^{\frac{1}{m}} + y^{-\frac{1}{m}} = 2x$, $m \neq 0$, $x > 1$, then prove that 7
$(x^2 - 1)y_{n+2} + (2n + 1)\,xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0$

2. (A) State and prove Cauchy's mean value theorem. 7

2. (B) If $x > 0$, then prove that 7

$$x > \log(1 + x) > \frac{x}{1 + x}$$

OR

2. (A) State and prove Lagrange's mean value theorem. 7

2. (B) Evaluate : 7

(i) $\lim\limits_{x \to 1}\left[\frac{1}{\log x} - \frac{1}{x - 1}\right]$

(ii) $\lim\limits_{x \to 0}\frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

3. (A) If the function $\phi(x)$ is continuous at point a and $\lim_{(x, y) \longrightarrow (a, b)} f(x, y) = l \in R$, then prove that $\lim_{x \to a} f(x, \phi(x))$ exists and is equal to l. **7**

3. (B) Prove that : **7**

(i) Curl (grad ϕ) = 0

(ii) div (grad ϕ) = $\nabla^2\phi$

OR

3. (A) Define limit of function of two variables, use this definition to find **7**

$$\lim_{(x, y) \longrightarrow (1, 1)} \frac{x^2 + y^2}{xy}$$

3. (B) Find f_x and f_y for the function $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x + y}$, $x + y \neq 0$. **7**

4. (A) State and prove Bernoulli's differential equations **7**

4. (B) Solve : **7**

(i) $e^x\, dx + (xe^x + 4y^3)dy = 0$

(ii) $p^2 + 4y + x^3 = 0$

OR

4. (A) State and prove Lagrange's differential equation. **7**

4. (B) Solve : **7**

(i) $y^3p^3 - 2xp + y = 0$

(ii) $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x} y = \log x$

5. Answer the following questions in short : (Any **seven**) **14**

(1) Find n^{th} derivative of $y = e^{2x}$.

(2) Define : Continuous function.

(3) Solve : $y = xp + p^3 + \log p + \cos p$.

(4) Write degree and order of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^5 = 3x$.

(5) State Taylor's theorem.

(6) State Roll's mean value theorem.

(7) Evaluate : $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$.

(8) Write expansion of $\sin x$ in the power of x.

(9) If $y = (3x + 2)^4$, then find $y_4^{(1)}$.

(10) Can we apply Roll's mean value theorem for $f(x) = |x|, x \in [-1, 1]$? Why ?

(11) State L' Hospital second rule.

(12) Find $\nabla (\bar{a} \cdot \bar{r})$, where $\bar{a} = a_1 i + a_2 j + a_3 k$ and $\bar{r} = xi + yj + zk$.