4/101

2509N508

Candidate's Seat No :________

B.Sc Sem.-6 (Rep) Examination
CC 307
Physics
September-2024

Time : 2-30 Hours] **[Max. Marks : 70**

Q.1 (a) v = n પૂર્ણાંક માટે, સાબિત કરો કે, (07)

i. $J_{v-1}(x) + J_{v+1}(x) = \frac{2v}{x} J_v(x)$

ii. $J_{v-1}(x) + J_{v+1}(x) = 2 J_v'(x)$

અથવા

(a) બેસલના વિધેયની મદદથી બતાવો કે, (07)

i. $J_n(x) = (-1)^n J_n(x)$; જ્યાં n પૂર્ણાંક છે.

ii. $x P_n'(x) - P_{n-1}'(x) = n P_n(x)$

(b) લેજેન્ડ્રે બહુપદીઓ નીચેના લંબ છેદકીય સંબંધ સંતોષે છે. એમ બતાવો.

$$\int_{+l}^{-l} P_m(x)P_n(x)dx = \frac{2}{2n+1}\delta_{mn}$$ (07)

અથવા

(b) સાબિત કરો કે, $J_m(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \cos(m\theta - x\sin\theta)\, d\theta$ (07)

Q.2 (a) સાબિત કરો કે સમતલમાં બે બિંદુઓ વચ્ચેનું ન્યૂનતમ અંતર સીધી રેખા છે. (07)

અથવા

(a) લેજેન્ડ્રેના સમીકરણનો ઉપયોગ કરીને ન્યૂટનનુ ગતિનુ સમીકરણ તારવો. (07)

(b) વિજયાંત્રિક સમરૂપતા ના આધારે શ્રેણી અને સમાંતર LCR પરીપથ માટે લાગ્રાન્જીયન મેળવો. (07)

અથવા

(b) વિધુતચુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતા વિધુતભારિત કણ માટે હેમિલ્ટોનીયન મેળવો. (07)

Q.3 (a) હાઈડ્રોજન અણુ માટે ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોડિંજર સમીકરણ લખો. આઈગન મૂલ્યો મેળવવા માટે ત્રિજ્યાવર્તી સમીકરણ ઉકેલો. (07)

અથવા

(a) સમાન વિધુતચુંબકીય ક્ષેત્રમાં વિધુતભારિત કણ માટે શક્તિવર્ણપટ અને આઈગન વિધેયોની ચર્ચા કરો. (07)

3

P.T.O.

NV508-2

(b) સ્થિતિમાન કૂપ વ્યાખ્યાયિત કરો. તેના અંતર્ગત ભાગમાં ત્રિજ્યાવર્તી સમીકરણ મેળવો. (07)

અથવા

(b) અસમદિકધર્મી દોલકના કિસ્સામાં, શક્તિ માટે આઈગન મૂલ્ય સમીકરણ મેળવો અને દર્શાવો કે તે કેવી રીતે આઈગન મૂલ્ય E_n સુધી દોરી જાય છે. (07)

Q.4 (a) હિલબર્ટ અવકાશ પર ટૂંકનોંધ લખો. (07)

અથવા

(a) અવસ્થા વિધેય માટે હિલબર્ટ અવકાશ પર ચર્ચા કરો. ડિરાક સંકેતનો ઉપયોગ કરીને સ્વસંલગ્ન સંકારકના આઈગન સદિશો માટે લંબચ્છેદી પ્રમેય સાબિત કરો. (07)

(b) પ્રક્ષેપણ કારક સમજાવો. દર્શાવો કે પ્રક્ષેપણ કારકોનો સરવાળો 1 હોય છે. સંબંધ મેળવો $\hat{A} = \sum a\,\hat{P}_a$. (07)

અથવા

(b) ગત્યાત્મક ચલો (dynamical variables) નું શ્રેણિક કારકો (matrix operator) ના સ્વરૂપમાં નિરૂપણ સમજાવો અને દર્શાવો કે $(x)_A = [F]_A(\varphi)_A$ (07)

Q.5 માંગ્યા મુજબ જવાબ આપો: **(કોઈપણ સાત)** (દરેક પ્રશ્નના બે ગુણ છે.) (14)

(i) $J_n(x)$ માટેનું સર્જક વિધેય લખો.

(ii) લેગ્યુરે અને લેજેન્ડ્રે વિકલ સમીકરણ લખો.

(iii) ગામા (Gamma) વિધેયની વ્યાખ્યા લખો. $\Gamma(1)$ નું મૂલ્ય શું છે?

(iv) હેમિલ્ટોન નો સિંધ્ધાંત આપો.

(v) ગતિના હેમિલ્ટોન ના પ્રમાણભૂત સમીકરણો લખો.

(vi) વ્યાખ્યા આપો (a) જીઓડેસીક અને (b) ફેઝ અવકાશ.

(vii) એક પારિમાણિક દોલકની ફેઝ અવકાશની રેખાકૃતિ દોરો.

(viii) અસમદિકધર્મી દોલકના ધરા અવસ્થાની ઊર્જાનું અને સમદિકધર્મી દોલકની શૂન્ય બિંદુ ઊર્જાનું મૂલ્ય આપો.

(ix) હાઈડ્રોજન અણુ માટે કુલંબ સ્થિતિમાન નું મૂલ્ય આપો.

(x) રેખીય કારક $\hat{A}$ ની રેખીયતા વ્યાખ્યાયિત કરો.

(xi) $[\hat{x}, \hat{p}]$ નું મૂલ્ય મેળવો.

(xii) (a) $\left(\widehat{A^{+}}^{+}\right) =$ ____ & (b) $\left(\hat{A}\hat{B}\right) =$ ____

NJ08 3

B.Sc. Semester-VI

PHYSICS PHY – 307

TOTAL MARKS: 70

Q.1(a) For v = n an integer, show that, (07)

i. $J_{v-1}(x) + J_{v+1}(x) = \frac{2v}{x} J_v(x)$

ii. $J_{v-1}(x) + J_{v+1}(x) = 2\, J_v'(x)$

OR

(a) Using the Bessel's function show that, (07)

i. $J_n(x) = (-1)^n J_n(x)$; where n is integer

ii. Show that $x\, P_n'(x) - P_{n-1}'(x) = n\, P_n(x)$

(b) Prove that Legendre Polynomial satisfies the following orthogonality condition:

$$\int_{+l}^{-l} P_m(x) P_n(x) dx = \frac{2}{2n+1} \delta_{mn}$$ (07)

OR

(b) Prove that $J_m(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(m\theta - x sin\theta)\, d\theta$ (07)

Q.2(a) Prove that the shortest distance between two points in a plane is a straight line. (07)

OR

(a) Derive Newton's equation of motion using Lagrange's equation. (07)

(b) Obtain Lagrangian for series and parallel LCR electric circuit based on electromechanical analogies. (07)

OR

(b) Obtain the Hamiltonian for a charged particle moving in an electromagnetic field. (07)

Q.3(a) Write radial Schrödinger's equation for hydrogen atom. Solve radial equation for getting eigen values. (07)

OR

(a) Discuss the energy spectrum and eigen functions for a charged particle in a uniform magnetic field. (07)

P.T.O

(b) Define Square well potential. Obtain the solution of radial Schrodinger equation in the interior region. (07)

OR

(b) In case of anisotropic oscillator, obtain eigen value equation for energy and show that how it lead to energy eigen value E_n. (07)

Q.4(a) Write a short note on Hilbert Space. (07)

OR

(a) Discuss the Hilbert space of state vector. prove the orthogonality theorem for eigen vector of a self-adjoint operator using Dirac notation. (07)

(b) Explain the projection operator. show that the sum of all projection operator is 1. Obtain the relation $\hat{A} = \sum a\,\hat{P}_a$. (07)

OR

(b) Discuss the representation of a dynamical variables in matrix operator and show that $(x)_A = [F]_A(\varphi)_A$ (07)

Q.5 Do as directed: (Any Seven) (Each question carry two marks) (14)

(i) Write down the generating function for $J_n(x)$.

(ii) Write Laguerre and Legendre differential equations.

(iii) Define Gamma function. What is the value of $\Gamma(1)$.

(iv) State Hamilton's Principle.

(v) Write Hamilton's canonical equations of motion.

(vi) Define (a) Geodesic and (b) Phase space.

(vii) Draw phase space diagram of one-dimensional oscillator.

(viii) Give the value of ground state energy of anisotropic oscillator and zero-point energy of isotropic oscillator.

(ix) Give the value of Coulomb potential in hydrogen atom.

(x) Define linearity of linear operator $\hat{A}$.

(xi) Obtain the value of $[\hat{x}, \hat{p}]$.

(xii) (a) $\left(\widehat{A^{+}}^{+}\right) =$ ____ & (b) $(\hat{A}\hat{B}) =$ ____

—x—