

JB-106

July-2021

B.Sc., Sem.-VI

307 : Physics

(Mathematical Physics, Classical Mechanics and Quantum Mechanics)

Time : 2 Hours]

[Max. Marks : 50

- સૂચના : (1) વિભાગ-Iના દરેક પ્રશ્નોના ગુણ સરખા છે.
 (2) વિભાગ-Iમાંથી ગમે તે ત્રણ પ્રશ્નોના ઉત્તર લખો.
 (3) વિભાગ-IIમાં પ્રથમ પ્રશ્ન ફરજિયાત છે.

વિભાગ - I

1. (A) બેસલ વિધેયનો ઉપયોગ કરીને સાબિત કરો કે 7
 (i) $J_n(-x) = (-1)^n J_n(x)$ જ્યાં n પૂર્ણાંક છે.
 (ii) $W[J_n(x), J_{-n}(x)] = -\frac{2}{\pi x} \sin(\pi n)$ જ્યાં n પૂર્ણાંક નથી.
 (B) રીકરન્સ સંબંધનો ઉપયોગ કરી સાબિત કરો કે 7

$$J_{n+3}(x) + J_{n+5}(x) = \frac{2(n+4)}{x} J_{n+4}(x)$$
2. (A) સાબિત કરો કે $\cos x = J_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(x)$. 7
 (B) સાબિત કરો કે $2J_n^1(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$. 7
3. (A) δ સંકેતનો ઉપયોગ કરીને ઓઈલર લાંબાન્જના ગતિના સમીકરણ મેળવો. 7
 (B) હેમિલ્ટોનીયન સંરૂપણ અને લાંબાન્જન સંરૂપણ વચ્ચેનો ભેદ સ્પષ્ટ કરો. 7
4. (A) લાંબાન્જના અનિર્ધારિત ગુણાંક સમજાવો. 7
 (B) સાબિત કરો કે સમતલમાં બે બિંદુઓ વચ્ચેનું ન્યૂનતમ અંતર સીધી રેખા છે. 7
5. (A) હાઈડ્રોજન પરમાણુ માટે ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોડીન્જર સમીકરણ લખો. શ્રોડીન્જર સમીકરણનો ઉકેલ મેળવી તેની ઊર્જા આઈગન મૂલ્ય $E_n = \frac{-13.6 \text{ eV}}{n^2}$ છે તેમ મેળવો. 7
 (B) સ્થિતિમાન કૂપના અંદરના વિસ્તારમાં ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોડીન્જર સમીકરણ લખો અને તેના અંદરના વિસ્તારમાં ઉકેલ મેળવો. 7

6. (A) હાઈડ્રોજન પરમાણુ માટે ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોડીંજર સમીકરણ લખો. તેને પેરાબોલિક ચામોમાં વિભાજીત કરો. 7
- (B) ત્રિપારિમાણિક સમ-દ્વિકધર્મી દોલક માટે દર્શાવો કે $E_n = \left(n + \frac{3}{2} \right) \hbar \omega$ હોય છે. 7
7. (A) સાબિત કરો કે : 7
- (i) $\hat{x}' = \hat{x} - \epsilon_L$ (ii) $\hat{p}_x' = \hat{p}_x + \theta \hat{p}_y$
- (B) સાબિત કરો કે : 7
- (i) $(AB)^+ = B^+A^+$ (ii) $(A^+)^+ = A$
8. (A) ડિરાક સકેતનો ઉપયોગ કરીને સ્વસંલગ્ન સંકારકના આઈગન સદિશો માટે લંબચ્છેદી પ્રમેય સાબિત કરો. 7
- (B) Unitary કારક સમજાવો. જો \hat{A} કોઈ સ્વસંલગ્ન સંકારક હોય અને α કોઈ વાસ્તવિક સંખ્યા હોય તો દર્શાવો કે $e^{i\alpha\hat{A}}$ એ unitary છે. 7

વિભાગ-II

1. ટૂંકમાં જવાબ લખો : (કોઈપણ 16 માંથી 8) 8
- (1) લીજેન્ડ્રનું વિકલ સમીકરણ લખો.
- (2) $J_{\frac{1}{2}}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (3) $P_1(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (4) $P_n(x)$ નું સર્જક વિધેય લખો.
- (5) ઓઈલર લાંગ્રાન્જનું સમીકરણ લખો.
- (6) ભૂમાયત શું છે ?
- (7) વિન્યાસ અવકાશને વ્યાખ્યાયિત કરો.
- (8) એક પારિમાણિક દોલકનો ફેજ સ્પેશની રેખાકૃતિ દોરો.
- (9) પ્રોજેક્શન કારકની વ્યાખ્યા આપો.
- (10) હર્મીશીયન કારકની વ્યાખ્યા આપો.
- (11) હાઈડ્રોજન પરમાણુની સ્થિતિઊર્જાનું સૂત્ર લખો.
- (12) સમ-દ્વિકધર્મી દોલક એટલે શું ?
- (13) વિષમ-દ્વિકધર્મી દોલક એટલે શું ?
- (14) સ્થિતિમાન કૂપ એટલે શું ?
- (15) $1 R_y d = \underline{\hspace{2cm}}$ eV.
- (16) $1 eV = \underline{\hspace{2cm}}$ J.

JB-106

July-2021

B.Sc., Sem.-VI

307 : Physics

(Mathematical Physics, Classical Mechanics and Quantum Mechanics)

Time : 2 Hours]

[Max. Marks : 50

- Instructions :** (1) All question in Section – I carry equal marks.
 (2) Attempt any **Three** question in Section – I.
 (3) Question 1 in Section – II is **COMPULSORY**.

Section – I

1. (A) Using the Bessel's function prove that. 7
 (i) $J_n(-x) = (-1)^n J_n(x)$ where n is integer.
 (ii) $W[J_n(x), J_{-n}(x)] = -\frac{2}{\pi x} \sin(\pi n)$ if n is not integer.
 (B) Using recurrence relation prove that : 7

$$J_{n+3}(x) + J_{n+5}(x) = \frac{2(n+4)}{x} J_{n+4}(x)$$
2. (A) Prove that $\cos x = J_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(x)$. 7
 (B) Prove that $2J_n^1(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$. 7
3. (A) Using δ notation derive Euler Lagrange's equation of motion. 7
 (B) Distinguish between Hamiltonian formulation and Langrangian formulation. 7
4. (A) Explain Lagrange's undermined multipliers. 7
 (B) Prove that the shortest distance between two points in a plane is a straight line. 7
5. (A) Write the radial Schrodinger equation for H atom. Solve the radial Schrodinger equation to obtain energy eigen values $E_n = \frac{-13.6 \text{ eV}}{n^2}$. 7
 (B) Write down Schrodinger equation inside the potential well. Solve Schrodinger equation in it's inside region of potential well. 7

6. (A) Write down Schrodinger equation for H-atom. Separate in this equation Parabolic co-ordinates. 7
- (B) For three dimensional Isotropic Oscillator, show that energy Eigen values

$$E_n = \left(n + \frac{3}{2} \right) \hbar \omega.$$
 7
7. (A) Prove that : 7
- (i) $\hat{x}' = \hat{x} - \varepsilon_L$ (ii) $\hat{p}_x' = \hat{p}_x + \theta \hat{p}_y$
- (B) Prove that : 7
- (i) $(AB)^+ = B^+A^+$ (ii) $(A^+)^+ = A$
8. (A) Show that the orthogonality theorem for Eigen vector of a self adjoint operator using Dirac notation. 7
- (B) Explain Unitary Operator, if \hat{A} is any Hermitian Operator and α is any real number. Prove that $e^{i\alpha\hat{A}}$ is unitary. 7

SECTION-II

1. Answer in short : (Any 8 out of 16) 8
- (1) Write down Legendre differential equation.
 - (2) $J_{\frac{1}{2}}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
 - (3) $P_1(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
 - (4) Write down generating function for $P_n(x)$.
 - (5) Write down Euler Lagrange's equation.
 - (6) What is Geodesis ?
 - (7) Define Configuration Space.
 - (8) Draw Phase space diagram of one dimensional oscillator.
 - (9) Define Projection Operator.
 - (10) Define Hermitian Operator.
 - (11) Write down Potential energy equation for H-atom.
 - (12) What is isotropic oscillator ?
 - (13) What is anisotropic oscillator ?
 - (14) What is Square Well potential ?
 - (15) $1 R_y d = \underline{\hspace{2cm}}$ eV.
 - (16) $1 eV = \underline{\hspace{2cm}}$ J.