Seat No. : ______________

SI-133

September-2020

B.Sc., Sem.-VI

CC-307 : Physics

(Mathematical Physics, Classical Mechanics & Quantum Mechanics)

Time : 2 Hours] **[Max. Marks : 50**

સૂચના : સંકેતોનાં અર્થ સામાન્ય છે.

PART – I

કોઈપણ ત્રણ પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

1. (i) સાબિત કરો કે, $J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cdot \sin x$ **(7)**

   (ii) સાબિત કરો કે , $J_m(x) = \int_0^{\pi} \cos(m\theta - x\sin\theta)\, d\theta$ **(7)**

2. (i) સાબિત કરો કે, **(7)**

   (1) $J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} \cdot J_n(x)$

   (2) $J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x) = 2\, J'_n(x)$

   (ii) સાબિત કરો કે :

   $L^{\alpha}_{n-1}(x) = \frac{d}{dx}\left[L^{\alpha}_{n-1}(x) - L^{\alpha}_{n}(x)\right]$ **(7)**

3. (i) લાગ્રાન્જેનાં સમીકરણનો ઉપયોગ કરી ન્યુટનની ગતિનું સમીકરણ તારવો. **(7)**

(ii) ન્યુટનની ગતિનાં સમીકરણથી હેમીલ્ટનનો સિદ્ધાંત તારવો. **(7)**

4. (i) શ્રેણી અને સમાંતર પરિપથ માટે લાગ્રાન્જે મેળવો. **(7)**

(ii) વિન્યાસ અવકાશ, વેગમાન અવકાશ અને પ્રવસ્થા અવકાશ સમજાવો. એક પરિમાણી સરળ આવર્ત દોલક માટે દર્શાવો કે પ્રવસ્થા માર્ગ (Phase path)નો ઢાળ $\frac{-m\omega^2 x}{P}$ છે. **(7)**

5. (i) સ્થિતિમાન કૂપ વ્યાખ્યાયિત કરો, ત્રિપરિમાણીય કૂપનાં અંદરનાં ભાગમાં ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોડિન્જર સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો. **(7)**

(ii) ત્રિ-પરિમાણીક સમ-દિક્ધર્મી દોલક માટે સાબિત કરો કે, $E_n = (n + 3/2)\hbar\omega$ **(7)**

6. (i) ત્રિ-પરિમાણીક કૂપનાં બહારનાં ભાગમાં non-localized states (E > O) ની ચર્ચા કરો. **(7)**

(ii) ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોડિંજર સમીકરણની મદદથી H-atom માટે ઉર્જા આયગન મૂલ્ય મેળવો. **(7)**

7. (i) સેલ્ફ-એડજોઈન્ટ કારકનું આયગન મૂલ્ય વાસ્તવિક હોય છે તેમ સાબિત કરો તથા આયગન અવસ્થાઓ $| a >$ અને $| a' >$ માટે સાબિત કરો કે, $< a' | a > = 0 \; ; a \neq a'$ **(7)**

(ii) સાબિત કરો કે : $< x | \hat{P} | x > = - i \hbar \frac{d\psi}{dx}$ **(7)**

8. (i) પ્રક્ષેપ કારક (projection operator) $\hat{Pa}$ વ્યાખ્યાયિત કરો. જો $\hat{A}$ ઓબ્ઝરવેબલ હોય તો, સાબિત કરો કે, $\hat{A} = \sum_a a \hat{Pa}$. **(7)**

(ii) સાબિત કરો કે, $\psi'(x) = e^{i\mathfrak{z}\frac{P_x}{\hbar}} \cdot \psi(x)$ **(7)**

PART – II

9. કોઈપણ **આઠ** પ્રશ્નોના જવાબ આપો : **08**

(1) હર્માઈટનું વિકલ-સમીકરણ લખો.

(2) લેગુરીનું વિકલ-સમીકરણ લખો.

(3) બેસલ-વિધેય માટે જનરેટિંગ વિધેય $g(x, t)$ લખો.

(4) ગેમા વિધેય ΓZ વ્યાખ્યાયિત કરો.

(5) Δd ફેરફાર (Δd variation) અને δ-ફેરફાર (δ-variation) વચ્ચેનો તફાવત આપો.

(6) એક પરિમાણીય સરળ આવર્ત દોલકનાં પ્રવસ્થા માર્ગની (phase-space) આકૃતિ દોરો.

(7) ભૂમાપન (geodesic) એટલે શું ?

(8) સરળ દોલક માટે લાગ્રાન્જીયન લખો.

(9) H-પરમાણુની ઉર્જા સ્તરોની આકૃતિ તેનાં સ્થિતિમાનનાં સંદર્ભે દોરો.

(10) ત્રિ પરિમાણીક સમ-દિક્ધર્મી દોલક માટે zero-point ઉર્જા આપો.

(11) સમ-દ્વિક્ધર્મી દોલકની વ્યાખ્યા આપો.

(12) H-પ્રકારનાં પરમાણુ માટે પેરાબોલીક યામમાં તરંગ સમીકરણ લખો.

(13) $(A^{+})^{+}$ શું થાય ?

(14) $[\hat{x}, \hat{P}]$ નું મૂલ્ય લખો.

(15) $[\Sigma_x, \Sigma_y]$ નું મૂલ્ય લખો.

(16) કારક $\hat{A}$ની રેખીયતા વ્યાખ્યાયિત કરો.

Seat No. : _______________

SI-133

September-2020

B.Sc., Sem.-VI

CC-307 : Physics

(Mathematical Physics, Classical Mechanics & Quantum Mechanics)

Time : 2 Hours] **[Max. Marks : 50**

Instruction : Symbol have their usual meaning.

PART – I

Answer any **three** questions :

1. (i) Prove that $J_{½}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cdot \sin x$ **(7)**

(ii) Prove that $J_m(x) = \int_0^{\pi} \cos(m\,\theta - x \sin\theta)\, d\theta$ **(7)**

2. (i) Prove that **(7)**

(1) $J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} \cdot J_n(x)$

(2) $J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x) = 2\, J'_n(x)$

(ii) Prove that : $L^{\alpha}_{n-1}(x) = \frac{d}{dx}\left[L^{\alpha}_{n-1}(x) - L^{\alpha}_{n}(x)\right]$ **(7)**

3. (i) Derive Newton's equation of motion using Lagrange's equation. **(7)**

(ii) Derive Hamilton's principal from Newton's equation of motion. **(7)**

4. (i) Obtain Lagrangian for series and parallel circuits. **(7)**

(ii) Explain configuration space, momentum space and phase space. Show that the slope of the phase path for one dimensional harmonic oscillator is $\frac{-m\omega^2 x}{P}$. **(7)**

5. (i) Define square well potential. Obtain the solution of radial Schrodinger equation in interior region. **(7)**

(ii) Prove for three dimensional isotropic harmonic oscillator, $E_n = (n + 3/2)\hbar\omega$ **(7)**

6. (i) Discuss non-localized states (E > O) in the outer region of the three dimensional square well potential. **(7)**

(ii) Using radial Schrodinger equation, obtain energy eigen value for H-atom. **(7)**

7. (i) Prove that eigen value of the self adjoint operator is always real and for eigen states $| a >$ and $| a' >$ prove that, $< a' | a > = 0 \; ; a \neq a'$ **(7)**

(ii) Prove that : $< x | \hat{P} | x > = - i \hbar \frac{d\psi}{dx}$ **(7)**

8. (i) Define projector operator $\hat{P}a$.

If $\hat{A}$ is observable, prove $\hat{A} = \sum_a a \hat{P}a$. **(7)**

(ii) Prove that $\psi'(x) = e\, i з \frac{P_x}{\hbar} \,.\, \psi(x)$ **(7)**

PART – II

9. Answer any **eight** questions : **8**

1. Write Hermite differential equation.

2. Write Laguerre differential equation.

3. Write generating function g(x, t) for Bessel function.

4. Define Gemma function $\lceil Z$.

5. Write the difference between Δ variation and δ variation.

6. Draw phase space diagram for one dimensional harmonic oscillator.

7. Define geodesic.

8. Write Lagrangian for simple pendulum.

9. Draw energy level diagram for H-atom in relation to potential.

10. Give zero-point energy for three dimensional harmonic oscillator.

11. Define isotropic harmonic oscillator.

12. Write wave equation for the H-like atom in terms of parabolic co-ordinates.

13. What is $(A^{+})^{+}$

14. Write value of $[\hat{x}, \hat{P}]$

15. Write value of $[\Sigma_x, \Sigma_y]$

16. Define linearity of an operator $\hat{A}$.