Seat No. : ______________

NB-108

November-2021

B.Sc., Sem.-V

CC-301 : Physics

(Mathematical Physics, Classical Mechanics, Quantum Mechanics)

Time : 2 Hours] **[Max. Marks : 50**

સૂચના : (1) **વિભાગ-I**માંથી કોઈપણ ત્રણ પ્રશ્નોના ઉત્તર લખો. દરેક પ્રશ્નોના ગુણ સરખા છે.

(2) **વિભાગ-II**માંથી કોઈપણ આઠ પ્રશ્નોના ઉત્તર ટૂંકમાં લખો. દરેક પ્રશ્નોના ગુણ સરખા છે.

(3) જે વિકલ્પ લખો, તે સ્પષ્ટપણે દર્શાવો.

(4) સંજ્ઞાઓના અર્થ પ્રચલિત પ્રણાલિકા મુજબ છે.

વિભાગ-I

(કોઈપણ ત્રણના ઉત્તર લખો.)

1. (A) ઉદાહરણ સાથે ભૌતિકશાસ્ત્રની વિવિધ શાખાઓમાં આવતા અંશતઃ વિકલ સમીકરણો વિશે ટૂંકનોંધ લખો. **7**

(B) હેલ્મહોલ્ટ્ઝ સમીકરણને કાર્ટેઝિયન યામોમાં વિભાજીત કરો. **7**

2. (A) ત્રિપારિમાણિક તરંગ સમીકરણને, ચલવિભાજનની રીતથી અવકાશ (Space) અને સમય ભાગમાં વિભાજીત કરો. **7**

(B) હેલ્મહોલ્ટ્ઝ સમીકરણને નળાકારીય યામોમાં વિભાજીત કરો. **7**

3. (A) બેસેલ સમીકરણ લખો. તેના માટે $x = 0$ એ નિયમિત એકાંકી બિંદુ (Regular singular point) છે તેમ સાબિત કરો. **7**

(B) નીચે આપેલ વિકલ સમીકરણો માટે, એકાંકી (Singular) બિન્દુઓ શોધો. તે બિન્દુ માટે એકાંકીનો પ્રકાર નક્કી કરો :

(i) $(1-x^2)\dfrac{d^2y}{dx^2} - x\dfrac{dy}{dx} + \eta^2 y = 0,\ \eta = \text{integer}$ **4**

(ii) $x\dfrac{d^2y}{dx^2} + (1-x)\dfrac{dy}{dx} + ay = 0,\ a = \text{constant}$ **3**

4. (A) નીચેના વિકલ સમીકરણનો ઘાત શ્રેણી દ્વારા ઉકેલ મેળવો : **7**

$$\frac{d^2y}{dx^2} + (\lambda - x^2)y = 0,\ \lambda = \text{અચળ}$$

(B) રોન્સ્કીયન (Wronskian) પ્રમેયનું કથન લખી સાબિત કરો. **7**

5. (A) પ્રતિબંધો (constrains) એટલે શું ? ઉદાહરણ આપી તેના પ્રકાર વર્ણવો. 7

(B) સ્થિત સમતુલિત તંત્ર તેમજ ગતિકીય તંત્ર માટે ડી'એલમબર્ટનો સિદ્ધાંત તારવો. 7

6. (A) ડી'એલમબર્ટના સિદ્ધાંતની મદદથી સંરક્ષી હોલોનોમિક તંત્ર માટે લાગ્રાન્જેના ગતિના સમીકરણો તારવો. 7

(B) પરિભ્રમણીય યામ પદ્ધતિઓ વર્ણવો અને દર્શાવો કે કોણીય પ્રવેગ ($\dot{\omega}$), સ્થિર અને પરિભ્રમણીય તંત્રો માટે સમાન છે. 7

7. (A) ઓબ્ઝર્વેબલ્સ (observables) A અને B માટે અનિશ્ચિતતાના સિદ્ધાંતનું સામાન્ય સમીકરણ તારવો અને તે પરથી સાબિત કરો કે $(\Delta x)\,(\Delta p) \geq \frac{1}{2}\bar{h}$. 7

(B) ક્વૉન્ટમ યંત્રશાસ્ત્રની ચોથી પૂર્વધારણા વિસ્તૃતપણે વર્ણવો. 7

8. (A) સરળ આવર્ત દોલક માટે ઉર્જા આયગન મૂલ્ય સમીકરણ તારવો. 7

(B) એબસ્ટ્રેક્ટ કારકો a તથા a^+ ને વ્યાખ્યાયિત કરી સાબિત કરો કે Hનું આયગન મૂલ્ય $\left(\eta+\frac{1}{2}\right)\bar{h}\,w_c$ છે. 7

વિભાગ-II

(કોઈપણ આઠના જવાબ આપો.)

9. ટૂંકમાં જવાબ આપો : (કોઈપણ **આઠ**) **8**

(1) વ્યાખ્યા આપો : અંશતઃ વિકલ સમીકરણ

(2) વ્યાખ્યા આપો : સામાન્ય વિકલ સમીકરણ

(3) ચલ વિભાજન રીતની ઉપયોગિતા જણાવો.

(4) ગોળીય ધ્રુવીય યામપદ્ધતિ માટે ∇^2 લખો.

(5) સામાન્ય અને એકાંકી બિન્દુ વ્યાખ્યાયિત કરો.

(6) નિયમિત એકાંકી બિન્દુ અને અનિયમિત એકાંકી બિન્દુ વ્યાખ્યાયિત કરો.

(7) રોન્સ્કીયન $W[e^x, e^{-x}]$ = _________

(8) રોન્સ્કીયન W [sin x, cos x] = ________

(9) સામાન્યીકૃત યામો (Generalized co-ordinates) વ્યાખ્યાયિત કરો.

(10) ઉર્ધ્વતલમાં દોલિત સાદાલોલકની ગતિ માટે સામાન્યીકૃત યામ લખો.

(11) વ્યાખ્યા આપો : મુક્તતાના અંશો

(12) વ્યાખ્યા આપો : સંસ્થિતિ અવકાશ (Configuration space)

(13) સંયુક્ત તંત્ર માટે હેમિલ્ટોનિયન H(1, 2) = ________.

(14) શૂન્ય-બિન્દુ ઉર્જા (zero-point energy) વ્યાખ્યાયિત કરો.

(15) વ્યાખ્યા આપો : પેરીટી (Parity)

(16) ફર્મીયોન્સ (Fermions) ના તરંગ વિધેયો હંમેશા ________ હોય છે.

Seat No. : ______________

NB-108

November-2021

B.Sc., Sem.-V

CC-301 : Physics

(Mathematical Physics, Classical Mechanics, Quantum Mechanics)

Time : 2 Hours] **[Max. Marks : 50**

Instructions :
(1) In Section-**I**, answer any **three** questions. Each question carries equal marks.
(2) In Section-**II**, answer any **eight** questions in short. Each question carries equal marks.
(3) Mention clearly the option you attempt.
(4) Symbols have their usual meaning.

Section-I
(Answer any Three)

1. (A) Write note on partial differential equation occurring in the different branches of Physics with examples. **7**
   (B) Separate the Helmholtz equation in Cartesian Co-ordinates. **7**

2. (A) Using the method of separation of variable separate three dimensional wave equation into space and time parts. **7**
   (B) Separate Helmholtz equation in cylindrical co-ordinates. **7**

3. (A) Write Bessel's equation and prove $x = 0$ is a regular singular point of Bessel's equation. **7**
   (B) Find the singular points of the following differential equation and find types of singularities for that point.
   (i) $(1-x^2)\dfrac{d^2y}{dx^2} - x\dfrac{dy}{dx} + \eta^2 y = 0$, η = integer **4**
   (ii) $x\dfrac{d^2y}{dx^2} + (1-x)\dfrac{dy}{dx} + ay = 0$, a = constant **3**

4. (A) Solve the following differential equation using power series : **7**
   $$\frac{d^2y}{dx^2} + (\lambda - x^2)y = 0, \lambda = \text{constant}$$
   (B) State and prove Wronskian theorem. **7**

5. (A) What are constrains ? Explain giving example different types of constraints. **7**
(B) Derive D'Alembert's principle for static equilibrium and dynamical system. **7**

6. (A) Derive Lagrange's equation of motion for holonomic conservative system using D'Alembert principle. **7**
(B) Explain rotating co-ordinate systems and shows that the angular momentum $\dot{\omega}$ is the same in fixed and the rotating systems. **7**

7. (A) For observables A and B, derive the general expressions of uncertainty principle and hence prove that $(\Delta x)\,(\Delta p) \geq \frac{1}{2}\bar{h}$. **7**
(B) In detail, explain the fourth postulate of quantum mechanics. **7**

8. (A) Derive the energy eigen values equation of the simple harmonic oscillator. **7**
(B) Define abstract operators a and a^{+} and hence prove that eigen values of H are $\left(\eta + \frac{1}{2}\right)\bar{h}\, w_c$ **7**

Section-II

(Answer any Eight)

9. Answer in short : (Any **Eight**) **8**
(1) Define partial differential equation.
(2) Define ordinary differential equation.
(3) Write the application of the method of separation of variables.
(4) Write ∇^2 spherical polar co-ordinates.
(5) Define ordinary point and singular point.
(6) Define regular singular point and irregular singular point.
(7) Wronskian $W[e^{x}, e^{-x}]$ = _________
(8) Wronskian W [sin x, cos x] = ________
(9) Define generalized co-ordinates.
(10) Write generalized co-ordinates for the motion of a simple pendulum oscillating in a vertical plane.
(11) Define number of degrees of freedom.
(12) Define configuration space.
(13) For combined system Hamiltonian H(1, 2) = ________.
(14) Define zero-point energy.
(15) Define parity.
(16) Fermions always have ________ wave function.