Seat No. : _______________

MH-113

May-2022

B.Sc., Sem.-V

CC-301 : Physics

Time : 2 Hours] **[Max. Marks : 50**

સૂચનાઓ : (1) **વિભાગ-I**ના બધા પ્રશ્નોના ગુણ સરખા છે.

(2) **વિભાગ-I**માંથી કોઈપણ ત્રણ પ્રશ્નોના ઉત્તર લખો.

(3) **વિભાગ-II**નો પ્રશ્ન-**9** ફરજીયાત છે.

વિભાગ – I

1. (A) લાપ્લાસ સમીકરણ $\nabla^2 U(\vec{r}) = 0$ ને કાર્ટેઝીયન યામમાં છૂટુ પાડો. **7**

   (B) હેલ્મહોલ્ટઝ સમીકરણ $(\nabla^2 + k^2)u(\vec{r}) = 0$ ને નળાકારીય યામમાં છૂટુ પાડો. **7**

2. (A) દર્શાવો કે $(\nabla^2 + k^2)u(\vec{r}) + zu(\vec{r}) = 0$ સમીકરણને ગોલીય ધ્રુવીય યામમાં છૂટુ પાડી શકાતુ નથી. **7**

   (B) સમય આધારિત શ્રોડિન્જર સમીકરણ **7**

   $$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r})\psi(\vec{r}, t)$$

   ને અવકાશ અને સમય ભાગમાં છૂટુ પાડો.

3. (A) વિકલ સમીકરણ $\frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} + 2y = 0$ નો ઘાત શ્રેણી દ્વારા ઉકેલ મેળવો. **8**

   (B) દર્શાવો કે નળાકારીય યામમાં r ભાગ માટેના લાપ્લાસ સમીકરણનો ઉકેલ મેળવતાં બેસલનું સમીકરણ મળે છે. દર્શાવો કે $x = 0$ બેસલના વિકલ સમીકરણનું સામાન્ય બિંદુ નથી. **6**

4. (A) આપેલ વિકલ સમીકરણ $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + x^2y = 0$ નો ફ્રોબેનિયસની રીતથી ઉકેલ મેળવો. **7**

   (B) રોન્સ્કીયનની રીતથી આપેલ વિકલ સમીકરણ **7**

   $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2 - 1)y = 0$ નો બીજો સ્વતંત્ર ઉકેલ મેળવો. $[y_1(x) = J_1(x)]$

5. (A) સંરક્ષી તથા અસંરક્ષી તંત્ર માટે લાગ્રાન્જના ગતિનાં સમીકરણો તારવો. **8**

   (B) એટવુડ મશીનના કિસ્સા માટે ગતિનું સમીકરણ સ્થાપિત કરો. **6**

6. (A) સમયને સાયક્લિક યામ ગણીને ઊર્જા સંરક્ષણ સમજાવો અને હેમિલ્ટોનિયન વિધેય H માટેનું સૂત્ર મેળવો. દર્શાવો કે H = T + V. **7**

   (B) ઉત્તરીય ગોળાર્ધમાં h ઉંચાઈથી પૃથ્વીની સપાટી પર મુક્ત પતન કરતા કણ પર થતી કોરિયોલીસ બળની અસરની ચર્ચા કરો. **7**

7. (A) સરળ આવર્તદોલક માટે સમય સ્વતંત્ર શ્રોડિન્જર સમીકરણ લખો અને તેનાં ઉર્જા આયગન મૂલ્યો મેળવો. **7**

(B) પેરીટી ઓપરેટર સમજાવો અને દર્શાવો કે બધા જ ψ માટે, PLz = LzP છે. **7**

8. (A) $(1-w^2)\frac{d^2k}{dw^2}-2(|m|+1)w\cdot\frac{dk}{dw}+[l(l+1)-|m|](|m|+1)k=0.$ **7**

સમીકરણથી શરૂ કરી L^2 ઓપરેટર માટે ગોલીય પ્રસંવાદી (spherical harmonics) વિધેય $Y_{lm}(\theta, \phi)$ મેળવો.

[સૂચના : $\Phi(\phi)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{im\phi}$]

(B) લેડર સંકારકો માટે સમીકરણો લખો. સાબિત કરો કે $[a, a^{+}] = 1$ આવર્તદોલકનું હેમિલ્ટોનિયન લેડર સંકારકોનાં રૂપમાં મેળવો. દર્શાવો કે $[a^{+} a, a] = - a$. **7**

વિભાગ – II

9. કોઈપણ **આઠના** જવાબ આપો : **8**

(1) Prolate spherical coordinates માટે u, v અને ϕના સૂત્ર લખો.

(2) પેરાબોલિક યામ માટે સ્કેલ ગુણકો h_1, h_2, h_3 લખો.

(3) $\rho(\bar{r})$ જેટલી વિદ્યુતભાર ઘનતા ધરાવતા બિંદુ પાસે સ્થિત વિદ્યુત સ્થિતિમાનનું સમાધાન કરતું પોઈઝન સમીકરણ લખો.

(4) $\rho(\bar{r}, t)$ ઘનતા ધરાવતા વાયુ માટે ડિફ્યુઝન સમીકરણ લખો.

(5) દ્વિતીય ક્રમ રેખીય વિકલ સમીકરણ માટે સામાન્ય બિંદુ વ્યાખ્યાયિત કરો.

(6) દ્વિતીય ક્રમ રેખીય વિકલ સમીકરણ માટે નિયમિત એકાંકી બિંદુ માટે શરત લખો.

(7) રોન્સ્કીયન વ્યાખ્યાયિત કરો.

(8) પ્રમાણિત દ્વિતીય ક્રમના વિકલ સમીકરણના બે ઉકેલો y_1 અને y_2 રેખીય રીતે સ્વતંત્ર હોય તો તેના માટેનો સામાન્ય ઉકેલ લખો.

(9) નોન-હોલોનોમીક કન્સ્ટ્રેઈન્ટ વ્યાખ્યાયિત કરો.

(10) સ્કલેરોનોમીક કન્સ્ટ્રેઈન્ટ વ્યાખ્યાયિત કરો.

(11) કોરિયોલીસ બળ માટે સૂત્ર લખો.

(12) ઘર્ષણથી ઉર્જા વ્યયનો દર = ______ × રેલેનું ડીસિપેશન વિધેય.

(13) L^2 ઓપરેટરનું આયગન મૂલ્ય $l(l+1)$ ______ ફોલ્ડ ડીજનરેટ છે.

(14) ડીજનરેસી શું છે ?

(15) શૂન્યબિંદુ ઉર્જા વ્યાખ્યાયિત કરો.

(16) અનિશ્ચિતતા સિદ્ધાંત લખો.

Seat No. : _______________

MH-113

May-2022

B.Sc., Sem.-V

CC-301 : Physics

Time : 2 Hours] **[Max. Marks : 50**

Instructions : (1) **All** questions in **Section-I** carry equal marks.

(2) Attempt any **Three** questions in **Section-I**.

(3) Question-**9** in **Section-II** is COMPULSORY.

SECTION – I

1. (A) Separate the Laplace's equation $\nabla^2 U(\vec{r}) = 0$ in Cartesian coordinates. **7**

   (B) Separate the Helmholtz equation $(\nabla^2 + k^2)u(\vec{r}) = 0$ into cylindrical coordinates. **7**

2. (A) Show that the equation $(\nabla^2 + k^2)u(\vec{r}) + zu(\vec{r}) = 0$ is not separable in spherical polar coordinates. **7**

   (B) Separate the time dependent Schrodinger equation

   $i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t}(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r})\psi(\vec{r}, t)$ into space and time parts. **7**

3. (A) Solve the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} + 2y = 0$ by method of power series. **8**

   (B) Show that the equation obtained by solving Laplace's equation in cylindrical coordinate system for r part reduces to Bessel's equation. Show that $x = 0$ is not an ordinary point of Bessel's differential equation. **6**

4. (A) Solve the following differential equation by the method of Frobenius : **7**

   $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + x^2 y = 0.$

   (B) Solve the following differential equation to obtain second independent solution using Wronskian method. $[y_1(x) = J_1(x)]$ **7**

   $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2 - 1)y = 0.$

5. (A) Derive Lagrange's equations of motion valid for a conservative as well as non-conservative system. **8**

(B) Establish the equation of motion in the case of Atwood's machine. **6**

6. (A) Considering time as a cyclic coordinate, explain conservation of energy and obtain an expression for Hamiltonian function H. Hence, show that H=T+V. **7**

(B) Discuss the effect of Coriolis force on a particle falling freely on the earth's surface from height h in northern hemisphere. **7**

7. (A) Write the time independent Schrodinger equation for simple harmonic oscillator and obtain its Energy Eigen values. **7**

(B) Explain Parity operator and show that for all Ψ, PLz = LzP. **7**

8. (A) Starting with equation $(1-w^2)\frac{d^2k}{dw^2} - 2(|m|+1)w\cdot\frac{dk}{dw} + [l(l+1) - |m|](|m|+1)k = 0.$

obtain an expression for spherical harmonics $Y_{lm}(\theta, \phi)$ for L^2 operator.

$\left[\text{Hint}: \Phi(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\phi}\right]$ **7**

(B) Write the expressions for ladder operators. Prove that $[a, a^{\dagger}] = 1$. Obtain the Hamiltonian of the Harmonic oscillator in terms of Ladder operators. Show that $[a^{\dagger} a, a] = -a$. **7**

SECTION – II

9. Attempt any **Eight** : **8**

(1) Write expressions for υ, *v* and ϕ for prolate spherical coordinates.

(2) Write scale factors h_1, h_2, h_3 for parabolic coordinates.

(3) Write Poisson equation satisfied by electrostatic potential at a point where the electric charge density is $\rho(\vec{r})$.

(4) Write the diffusion equation for a gas having density $\rho(\vec{r}, t)$.

(5) Define ordinary point for second order linear differential equation.

(6) Write the condition for regular singular point for second order linear differential equation.

(7) Define Wronskian.

(8) If y_1 and y_2 are two linearly independent solutions of the standard second order differential equation, then write the general solution for it.

(9) Define non-holonomic constraint.

(10) Define scleronomic constraint.

(11) Write the expression for Coriolis force.

(12) The rate of dissipation of energy by friction = ______ × the Rayleigh's dissipation function.

(13) The eigen value $l(l+1)$ of L^2 operator is ___ fold degenerate.

(14) What is Degeneracy ?

(15) Define zero-point energy.

(16) Write the Uncertainty Principle.