

**LD-111**

April-2014

**B.Sc. Sem.-VI****CC-307 : Physics****(Mathematical Physics, Classical Mechanics and Quantum Mechanics)****Time : 3 Hours]****[Max. Marks : 70**

સૂચના : (1) બધા જ પ્રશ્નોના ગુણ સરખા છે.

**Instructions :** All questions carry equal marks.

(2) સંજ્ઞાઓ તેમના પ્રચલિત અર્થમાં છે.

Symbols have their usual meanings.

1. (અ) જો 'v' પૂર્ણાંક ન હોય તો દર્શાવો કે  $W [J_v(x), J_{-v}(x)] = \frac{-2\sin \pi v}{\pi x}$  7Show that  $W [J_v(x), J_{-v}(x)] = \frac{-2\sin \pi v}{\pi x}$  if 'v' is not an integer.**અથવા/OR**

v = n પૂર્ણાંક માટે સાબિત કરો કે :

For v = n an integer, show that :

(1)  $J_{v-1}(x) + J_{v+1}(x) = \frac{2v}{x} J_v(x)$

(2)  $J_{v-1}(x) - J_{v+1}(x) = 2J'_v(x)$

(બ) સાબિત કરો કે  $J_m(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^n \cos(m\theta - x \sin \theta) d\theta$  7Prove that  $J_m(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^n \cos(m\theta - x \sin \theta) d\theta$ **અથવા/OR**

દર્શાવો કે :

Show that :

(1)  $x P'_l(x) - l P_l(x) = P'_{l-1}(x)$

(2)  $x P'_{l-1}(x) + l P_{l-1}(x) = P'_l(x)$

2. (અ) જીઓડેસીક્સ સમજાવો. ગોલીય સપાટીના જીઓડેસીક્સ ગુરૂ વર્તુળો છે. તેમ દર્શાવો. 7  
Explain geodesic. Show that the geodesic of spherical surface are great circles.

અથવા/OR

લઘુત્તમ સમયનો કોયડો વર્ણવો. આ કોયડો કેવી રીતે ઉકેલાય છે તે સવિસ્તર સમજાવો.

Describe shortest time problem. How this problem can be solved ? Explain in detail.

- (બ) વીજયાંત્રિક સરખામણી (electromechanical analogies)ને આધારે LCR શ્રેણી પરિપથ અને LCR સમાંતર પરિપથ માટે લાગ્રાન્જિયન મેળવો. 7

Obtain Lagrangian for series LCR and parallel LCR electric circuit on the basis of electro-mechanical analogies.

અથવા/OR

$l$  ત્રિજ્યા ધરાવતા લીસા ગોલક (smooth sphere) પર ગુરૂત્વાકર્ષણની અસર નીચે  $m$  દ્રવ્યમાન ધરાવતો કણ ગતિ કરે છે. લાગ્રાન્જિયા અનિર્ધારિત ગુણાંકની મદદથી ગોલકની સપાટી પરથી કણ માટેનો “flies off” ખૂણો શોધો (સપાટીનું ઘર્ષણ અવગણો).

A particle of mass  $m$  is moving under the action of gravity on the surface of smooth sphere of radius  $l$ . Apply Lagrangian method of undetermined multiplier to find out the angle at which the particle “flies out” of the surface. (neglect surface friction)

3. (અ) હાઈડ્રોજન અણુ માટે ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોડીન્જર સમીકરણ લખો. આયગન મૂલ્યો મેળવવા માટે ત્રિજ્યાવર્તી સમીકરણ ઉકેલો. 7

Write radial schrodinger's equation for hydrogen atom. Solve radial equation for getting eigen values.

અથવા/OR

સમદિકઠમર્મી દોલક (Isotropic Oscillator) માટે ત્રિજ્યાવર્તી તરંગ સમીકરણ લખો. આ સમીકરણનો ઉપયોગ કરીને સમદિકઠમર્મી દોલક માટે આયગન મૂલ્ય અને આયગન વિધેય મેળવો.

Write the radial schrodinger equation for isotropic oscillator and solve this equation to derive the eigen values and eigen functions of isotropic oscillator.

- (બ) ત્રિ-પારિમાણિક સ્થિતિમાન કૂપ વ્યાખ્યાયિત કરો અને કૂપના અંતર્ગત ભાગ (Interior region)માં ત્રિજ્યાવર્તી શ્રોડીન્જર સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો. 7

Define three dimensional square well potential and obtain the solution of radial schrodinger equation in its interior region.

અથવા/OR

સમાન ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં વિજભારીત કણ માટેના શક્તિવર્ણપટ અને આયગન વિધેયોની ચર્ચા કરો.

Discuss the energy spectrum and eigen functions for a charged particle in a uniform magnetic field.

4. (અ) (1) અવસ્થા સદિશ (State Vector) નિરૂપણ સમજાવો. 7

Explain the representation of State Vectors.

- (2) ગતિકીય ચલો (dynamical variables)નું શ્રેણિક સંકારકો (Matrix Operators)ની સ્વરૂપમાં નિરૂપણ સમજાવો અને દર્શાવો કે

Discuss the representation of a dynamical variables as Matrix operator and show that

$$(x)_A = [F]_A (\Psi)_A$$

**અથવા/OR**

શ્રોડીન્જર નિરૂપણ (schrodinger representation)ની ચર્ચા કરો અને બતાવો કે

Explain the schrodinger representation and show that

$$\langle x | \hat{P} | \Psi \rangle = -i\hbar \frac{\partial \Psi(x)}{\partial x}$$

- (બ) યામતંત્રના રેખીય સ્થાનાંતર પ્રેરીત એકેક્ય રૂપાંતરણ માટે દર્શાવો કે  $|x\rangle' = e^{-ie_j \hat{p}_x / \hbar} |x\rangle$  7

Show that  $|x\rangle' = e^{-ie_j \hat{p}_x / \hbar} |x\rangle$  for unitary transformation induced by translation of co-ordinate system.

**અથવા/OR**

યામ સંહતિના પ્રમાણથી પ્રેરીત એકેક્ય રૂપાંતરણ પર સવિસ્તર ચર્ચા કરો. બતાવો કે

Discuss in detail the unitary transformation induced by rotation of co-ordinate system. Show that

$$[\Sigma_x, \Sigma_y] = i \Sigma_z$$

5. ટૂંકમાં જવાબ આપો : 14

Answer in short :

- (1) ન્યુમાન વિધેય (Neumann function) લખો.

Write Neumann function.

- (2) હેન્કલ વિધેય (Hankel Function)

Write Hankel functions

(i)  $H_v^{(1)}(x)$

(ii)  $H_v^{(2)}(x)$

- (3) બેસેલ વિધેય માટે લંબછેદકીય સંબંધ (Orthogonality relation) લખો.  
Write orthogonality relation for Bessel's function.
- (4) લીજેન્ડ્ર વિકલન સમીકરણ લખો.  
Write Legendre differential equation.
- (5) વિન્યાસ અવકાશ (configuration space) વ્યાખ્યાયિત કરો.  
Define configuration space.
- (6) ઓઈલર-લાગ્રાન્જેનું સમીકરણ લખો.  
Write Euler-Lagrange's equation.
- (7) હેમિલ્ટનનો સિદ્ધાંત લખો.  
State Hamilton's principle.
- (8) હોડોગ્રાફ (Hodograph) વ્યાખ્યાયિત કરો.  
Define Hodograph.
- (9) અવસ્થા વિધેય (state vector) વ્યાખ્યાયિત કરો.  
Define state vector.
- (10) હિલ્બર્ટ અવકાશ (Hilbert Space) વ્યાખ્યાયિત કરો.  
Define Hilbert Space.
- (11)  $\hat{x}$  અને  $\hat{P}$  વચ્ચેની ક્વોન્ટમ શરત લખો.  
Write quantum condition between  $\hat{x}$  and  $\hat{P}$
- (12) ગેજ ટ્રાન્સફોર્મેશન (Gauge Transformation) એટલે શું ?  
What is Gauge Transformation ?
- (13) ગોળીય ધ્રુવીય યામો (Spherical Polar co-ordinates) અને પેરાબોલિક (Parabolic) યામ વચ્ચેનો સંબંધ લખો.  
Write relation between Spherical Polar Co-ordinates and Parabolic Co-ordinates.
- (14) બીટા ક્ષયની પ્રક્રિયામાં પેરીટીનું સંરક્ષણ થાય છે કે નહીં ?  
Does parity is conserved in the process of beta decay ?
-